O Radical de Kaplansky e Corpos com Base Distinguida

Fábio A. Matos*

* Departamento de Matemática e Estatística - DEMAT, UFSJ. E-mail: matos@ufsj.edu.br.

Resumo

Em 1969, em [K], Irving Kaplansky definiu um novo objeto para um corpo F de característica distinta de 2 que chamou simplesmente de radical. O Radical de Kaplansky, como ficou conhecido na literatura, é o conjunto dos elementos $a \in F^{\times}$ tais que $D_F\langle 1, -a\rangle = \{x^2 - a \cdot y^2;\ x, y \in F^{\times}\} = F^{\times}$, isto é, a $1-$forma de Pfister $\langle 1, -a\rangle$ é universal. Segue diretamente da definição que $R(F)$ é um subgrupo multiplicativo de $F^{\times}$ e $(F^{\times})^2 \subseteq R(F)$ e consequentemente, podemos considerar o grupo quociente $F^{\times}/R(F)$ com um espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{F}_2$. Supondo que $\dim_{\mathbb{F}_2} F^{\times}/R(F)$ é finita, chamaremos uma base $\{a_1, \ldots, a_n\}$ de $F^{\times}/R(F)$ tal que $|F^{\times}/D_F\langle 1, -a_i\rangle)| = 2$ para $i = 1, \ldots, n$, de **base distinguida** de F.

Neste seminário serão apresentados formalmente os conceitos citados acima e alguns dos principais resultados obtidos para **Corpos com Base Distinguida**, dentre os podemos destacar:

Teorema 1 (Teorema 90 de Hilbert) *Sejam F um corpo com o $\mathbb{F}_2-$espaço vetorial $F^{\times}/R(F)$ de dimensão finita com base distinguida e $K = F(\sqrt{a})$, $a \in F^{\times} \setminus (F^{\times})^2$ uma extensão quadrática de F. Então $N_{K/F}^{-1}R(F) = F^{\times}R(K)$, onde $N_{K/F}$ denota a função norma da extensão quadrática K/F.*

Referências

[CR] C. M. Cordes, J. R. Ramsey Jr., *Quadratic forms over quadratic extensios of fields with two quaternion algebras.* Can. J. Math. **31** (1979), 1047-1058.

[K] I. Kaplansky, *Fröhlich's local quadratic forms.* J. reine angew. Math. v. 39/40, p. 74-77, 1969.

[KN] D. Kijima, M. Nishi, *Kaplansky's radical andi Hilbert Theorem 90 II.* Hiroshima Math. J. **13** (1983), 29-37.

[L] T. Y. Lam, *The Algebraic Theory of Quadratic Forms.* American Math. Soc. 2000.

[LLMS] J. Labute, N. Lemire, J. Mináč, J. Swallow, *Demushkin groups, Galois Modules, and the Elementary Type Conjecture.* J. Algebra, **304** (2006), 1130-1146.

[NSW] J. Neukirch, A. Schmidt, K. Wingberg, *Cohomology of Number Fields.* Springer 2000.